

*DISPENSE DI*

PROGETTAZIONE OTTICA  
PROGETTAZIONE DI STRUMENTI OTTICI

Cap.2 – PRESTAZIONI DI UN SISTEMA OTTICO

Ing. Fabrizio Liberati



## Cap. 2 : PRESTAZIONI DI UN SISTEMA OTTICO

### 2.1 Aberrazioni

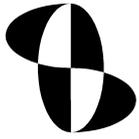
Abbiamo visto come un fronte d'onda monocromatico piano, proveniente da un oggetto sull'asse ottico a distanza infinita, che incide su una lente le cui superfici rifrattive sono sferiche non va a fuoco in un punto, ma dà luogo ad una caustica. Questo difetto dell'immagine è detto *aberrazione sferica*. Se il fronte è policromatico e, come spesso accade, le variazioni dell'indice di rifrazione nello spettro di lunghezze d'onda utile alla formazione dell'immagine sono significative, a questo difetto se ne aggiunge uno simile detto *aberrazione cromatica*. Per ora considereremo soltanto fronti d'onda monocromatici. Le immagini di punti posizionati al di fuori dell'asse ottico sono affette da difetti asimmetrici sempre più evidenti al crescere dell'angolo, le *aberrazioni extra-assiali*.

Se si effettua il tracciamento dei raggi considerando lo sviluppo di Taylor troncato dopo i primi due termini, cioè secondo la *teoria del terzo ordine*, i risultati che si ottengono forniscono una prima ragionevole approssimazione dei tragitti percorsi effettivamente dalla luce, e quindi anche delle aberrazioni. Infatti perché il sistema ottico sia privo di aberrazioni, tutti i raggi che incidono sulla pupilla di ingresso a diverse altezze dovrebbero andare a fuoco sul punto immagine parassiale. Gli scostamenti tra il tracciamento calcolato in questo modo e quello calcolato secondo la approssimazione parassiale costituiscono degli errori del singolo raggio o aberrazioni monocromatiche al terzo ordine. A ciascuna di queste ultime corrisponde una delle cinque sommatorie risultanti dallo sviluppo in serie, chiamate *somme di Siedel*.

La prima somma  $S_1$  rappresenta l'aberrazione sferica che può essere valutata come differenza delle intersezioni del raggio marginale e del raggio parassiale con l'asse ottico. Ad  $S_2$  corrisponde il *coma*, distinguibile in *coma sagittale* e *coma tangenziale*: quest'ultimo può essere definito come variazione dell'ingrandimento con l'apertura.

$S_3$  ed  $S_4$  rappresentano rispettivamente la *curvatura di campo tangenziale* e *sagittale*; di solito si preferisce parlare di *curvatura di campo media* e di *astigmatismo*, definito dalla semidifferenza tra le due somme  $S_3$  ed  $S_4$ . L'effetto di un ingrandimento non uniforme sull'intero campo viene valutato dalla *distorsione*, rappresentata dall'ultima somma di Siedel,  $S_5$ .

L'aberrazione sferica e le curvature di campo possono essere definite sia in modo trasversale che longitudinale. Nel primo modo si valuta la differenza tra l'intersezione di due raggi, reale e di riferimento (raggio principale), con un piano perpendicolare all'asse ottico, di solito il piano immagine parassiale. Nel caso longitudinale si considera invece la distanza tra i punti di intersezione degli stessi raggi con una retta di riferimento, che nel caso dell'aberrazione sferica è l'asse di ottico del sistema. È possibile esprimere con semplici relazioni la corrispondenza tra le cinque aberrazioni monocromatiche e le somme di Siedel in funzione dei parametri di sistema. La tabella 2.1 riporta i valori delle aberrazioni monocromatiche al 3° ordine:  $n$  ed  $n'$  sono gli indici di rifrazione nello spazio oggetto e immagine rispettivamente,  $d$  la semiapertura del sistema,  $f$  la focale,  $h_i$  l'altezza dell'immagine ed  $\alpha$  il semicampo di



vista. I valori delle aberrazioni trasversali si ottengono moltiplicando per  $d/f$  i valori delle aberrazioni longitudinali, ove applicabili.

<i>aberrazione</i>	<i>longitudinale</i>	<i>trasversale</i>
Sferica	$-d^2 \cdot f^2 \cdot S_1 / 2 \cdot n'$	$-d^3 \cdot f \cdot S_1 / 2 \cdot n'$
Coma tangenziale	-	$3 \cdot d^2 \cdot h_i \cdot S_2 / 2 \cdot n'$
Coma sagittale	-	$d^2 \cdot h_i \cdot S_2 / 2 \cdot n'$
Curvatura di campo tangenziale	$-n' \cdot h_i^2 \cdot S_3 / 2$	$-n' \cdot d \cdot h_i^2 \cdot S_3 / 2 \cdot f$
Curvatura di campo sagittale	$-n' \cdot h_i^2 \cdot S_4 / 2$	$-n' \cdot d \cdot h_i^2 \cdot S_4 / 2 \cdot f$
Distorsione	-	$-h_i \cdot (n \cdot \tan \alpha)^2 \cdot S_5 / 2$
Astigmatismo	$-n' \cdot h_i^2 \cdot (S_3 - S_4) / 4$	-
Curvatura di campo media	$-n' \cdot h_i^2 \cdot (S_3 + S_4) / 4$	-

Tabella 2.1

Le somme di Siedel dipendono in modo complesso sia da parametri costruttivi, quali spessori, indici di rifrazione, raggi di curvatura, potenze, posizione della pupilla d'ingresso, sia funzionali, come la distanza dell'oggetto, il campo di vista e la lunghezza d'onda.

Dalla tabella si vede quale sia la dipendenza (lineare, quadratica o di altro tipo) di ciascuna delle aberrazioni dall'apertura, dalla focale e dagli altri parametri.

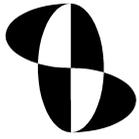
Il fatto di distinguere le aberrazioni tra loro è in realtà una schematizzazione comoda da utilizzare ma che ha poco riscontro da un punto di vista rigorosamente fisico, in quanto le aberrazioni non sono così facilmente separabili tra loro. I progettisti ottici hanno trovato conveniente dividere i singoli termini che compaiono nei tracciamenti scritti sotto forma di sviluppo di Taylor e considerarne gli effetti distintamente. Considerando nello sviluppo i termini successivi, quelli che appaiono nella formula 1.3 come  $x^5/5!$ ,  $x^7/7!$ ....., compariranno degli analoghi termini e si potrà parlare di aberrazione sferica, coma, eccetera al 5° o al 7° ordine o superiori.

Vediamo ora gli effetti delle singole aberrazioni.

### *Aberrazione sferica*

Abbiamo già visto in figura 1.3 gli effetti dell'aberrazione sferica. La distanza tra i punti di intersezione sull'asse ottico tra i raggi parassiale e marginale è proporzionale al quadrato dell'altezza di incidenza (aberrazione sferica longitudinale); l'effetto sul piano immagine, aberrazione sferica trasversale, è però proporzionale al cubo dell'altezza di incidenza. Anche se deve funzionare per un campo di vista elevato, un sistema ottico ben corretto dovrebbe avere una aberrazione sferica bassa, in quanto le altre aberrazioni si possono in qualche modo considerare una sorta di evoluzione dell'aberrazione sferica in una nuova dimensione: quella del campo di vista.

Ridurre l'aberrazione sferica, almeno quella al terzo ordine, che in genere rappresenta la parte principale, a parità di focale ed apertura significa minimizzare  $S_1$ . Come detto, questo dipende anche dalla distanza dell'oggetto. Un sistema ottico che fornisce prestazioni eccellenti per un oggetto a distanza infinita può risultare



mediocre per oggetti a breve distanza. E' il caso della maggior parte degli obiettivi per macchina fotografica: solo quelli progettati appositamente per oggetti anche a breve distanza forniscono prestazioni adeguate in queste condizioni. In generale possiamo dire che per ridurre l'aberrazione sferica occorre cercare di evitare angoli di incidenza elevati, in quanto in questo modo cresce l'importanza del termine  $x^3/3!$  e quindi lo scostamento rispetto alla condizione parassiale. In realtà questo non è sempre vero, in quanto per curvature molto spinte cresce anche l'entità dei termini superiori dello sviluppo che in qualche condizione possono compensare quelli del 3° ordine. E' comunque una buona norma, almeno nelle fasi iniziali del progetto, cercare di limitare gli angoli di incidenza. Pertanto occorre curvare la lente (*bending*) in modo da ripartire opportunamente i contributi delle potenze delle due curvature ed evitare che gli angoli di incidenza siano molto elevati su una superficie e bassi sull'altra. Se questo non è sufficiente, conviene utilizzare un materiale a più alto indice di rifrazione, grazie al quale si possono ridurre le curvature delle superfici, oppure realizzare un sistema costituito da più lenti, dividendo in tal modo la potenza tra le superfici.

### Coma

Il nome di coma, la seconda aberrazione monocromatica, deriva dall'immagine a forma di cometa che l'effetto di questa aberrazione provoca nell'immagine di un punto oggetto fuori asse. La figura 2.1 ne mostra la spiegazione. Viene fatto vedere il tracciamento di una serie di raggi paralleli giacenti sul *piano meridiano* (o *tangenziale*) e provenienti da un oggetto a distanza infinita fuori dall'asse ottico. Due raggi posti in maniera simmetrica rispetto al raggio principale sulla pupilla di ingresso (che nel caso in figura coincide con la lente) si incontrano sul piano immagine su uno stesso punto, per il quale però non passa il raggio principale. Sul piano focale si ottiene per ogni anello di apertura uno spot anulare, in cui però la "fase" risulta raddoppiata.

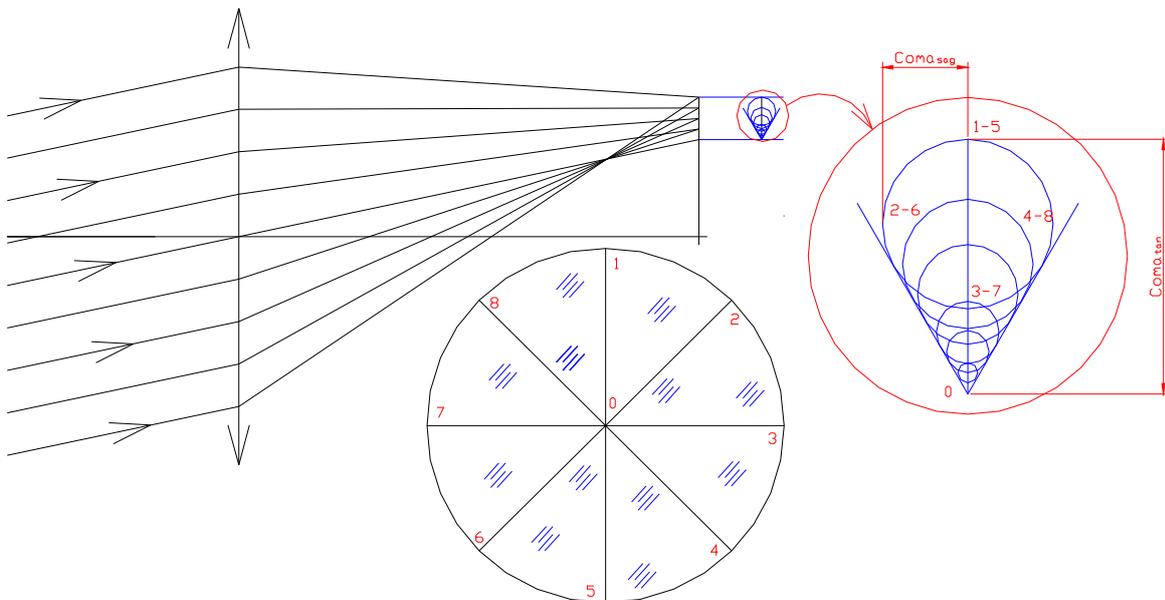


figura. 2.1

Pertanto si può affermare che il coma corrisponde ad una variazione di ingrandimento con l'apertura del sistema ottico: il coma ha segno positivo se, come in figura, l'ingrandimento cresce con l'apertura.

Dalla figura si vede pure come al terzo ordine il coma sagittale sia pari ad un terzo del coma tangenziale (si veda anche la tabella 2.1).

Il coma può essere limitato posizionando il diaframma di apertura in modo da cercare di realizzare una certa simmetria intorno ad esso (si veda la figura 2.2), variando il bending o aumentando il numero degli elementi.

Per una lente semplice in cui la pupilla di ingresso coincide con la prima superficie, la condizione di bending per cui il coma al terzo ordine nullo è molto prossima a quella per cui è minima l'aberrazione sferica; per un materiale di indice di rifrazione 1.5 questo si ottiene con una lente biconvessa il cui raggio di curvatura della prima superficie è circa 6 volte inferiore a quello della seconda.

Un sistema ottico libero da aberrazione sferica e coma si dice *aplanatico*.

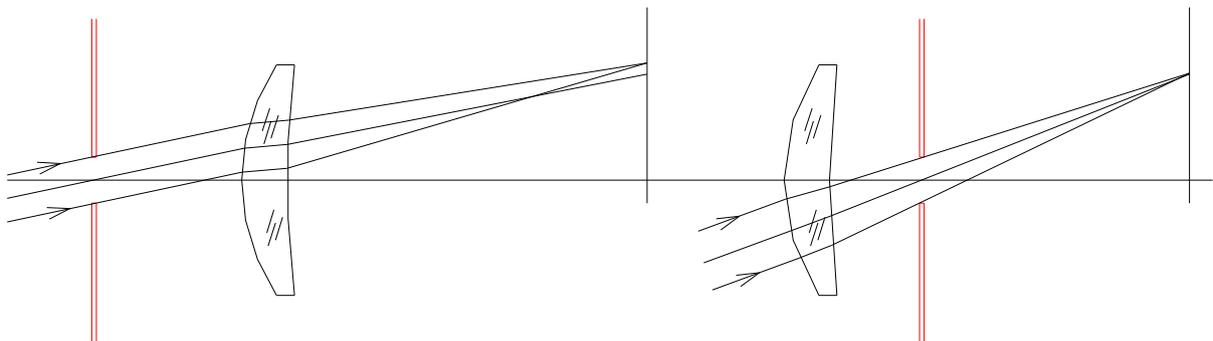
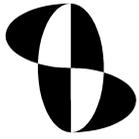


figura 2.2

*Curvatura di campo tangenziale e sagittale. Astigmatismo e Curvatura di campo media.*

Un sistema aplanatico non necessariamente produrrà immagini perfettamente a fuoco in quanto può essere affetto da astigmatismo. Dalla figura 2.3 si vede come i raggi appartenenti al piano meridiano o tangenziale vanno a fuoco nello stesso punto, mentre raggi appartenenti al piano ortogonale al piano meridiano che contiene il raggio principale (*piano sagittale*) vanno a fuoco in un altro punto, sempre lungo l'asse ottico. Al posto di un unico punto immagine si hanno perciò un *fuoco tangenziale* ed un *fuoco sagittale*. Questo avviene in quanto il fronte d'onda di uscita dal sistema ottico è torico anziché sferico, ha cioè due diverse curvature sui due piani ortogonali. In questo caso l'immagine di un punto posto al di fuori dell'asse ottico non sarà un punto, ma avrà la forma di due linee separate in corrispondenza dei fuochi e di una macchia ellittica nei loro dintorni.

Nella posizione intermedia tra i due fuochi si avrà il cosiddetto *cerchio di minima confusione*, cui corrisponde la situazione di miglior compromesso per quanto



riguarda le prestazioni. In realtà, come si intuisce facilmente, su questo piano ed in generale in qualsiasi posizione fuori fuoco lo spot fuori avrà una forma non necessariamente circolare, ma determinata da quella del diaframma di apertura.

L'astigmatismo è la distanza tra i due fuochi T e S e varia con il quadrato del campo di vista (si veda la tabella 2.1).

I luoghi dei punti ove giacciono i fuochi tangenziale e sagittale al terzo ordine sono due paraboloidi con vertice nel fuoco.

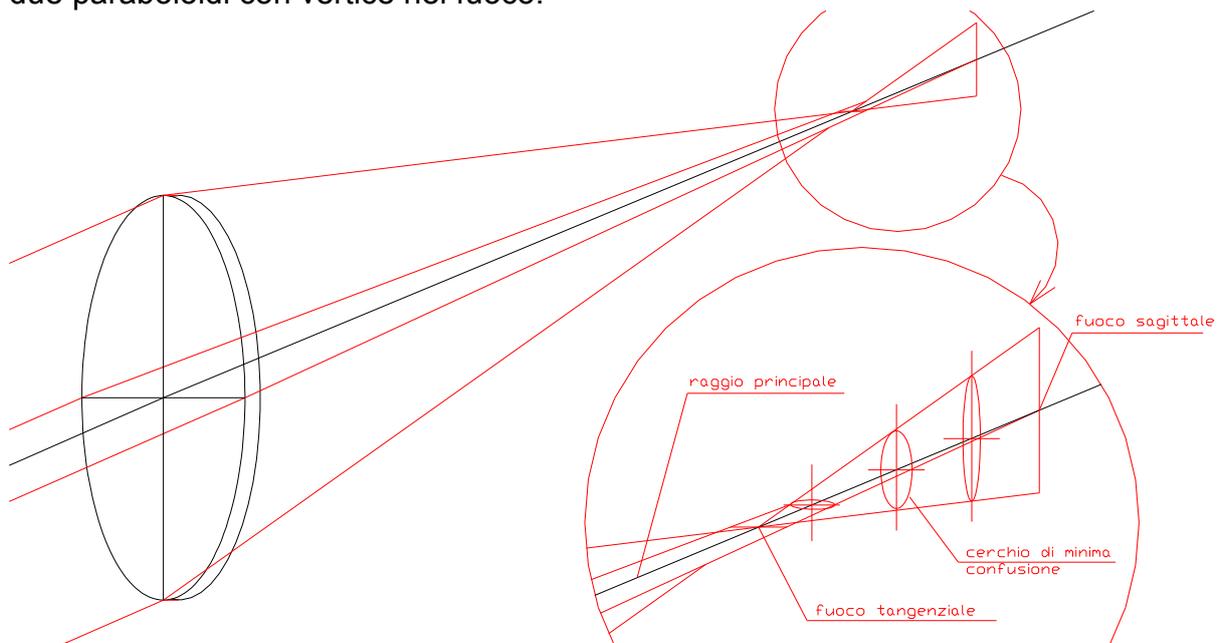


figura 2.3

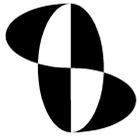
Un sistema ottico libero da astigmatismo si dice *anastigmatico*.

In assenza di astigmatismo, l'immagine generata dal sistema ottico può essere affetta da *curvatura di campo*. Se il sistema ottico è aplanatico e anastigmatico, l'immagine è puntiforme, a parte le riserve avanzate su questo termine, ma anziché essere piana giace su una superficie parabolica P, la *superficie di Petzval*. Il raggio di curvatura al vertice di questa superficie è pari alla somma, cambiata di segno, dei prodotti delle focali di ciascuna lente componente il sistema ottico moltiplicate per il proprio indice di rifrazione:

$$R_{\text{PETZVAL}} = - \sum (n \cdot f) \quad (2.1)$$

Il raggio di curvatura dell'immagine generata da una lente singola di indice di rifrazione 1.5 sarà pari a 1.5 volte la distanza focale della lente e volgerà la concavità verso la lente stessa. Se il sistema ottico presenta astigmatismo, le due curve S e T giaceranno dalla stessa parte rispetto alla curva P in posizione tale che la distanza TP sia pari a tre volte la distanza SP.

La figura 2.4 mostra tre possibili casi: il primo è il caso più frequente e si può riferire, ad esempio, ad una lente singola; nel secondo caso il piano immagine corrisponde



**OPTO SERVICE srl**

alla posizione di circolo di minima confusione; nel terzo caso il piano focale tangenziale coincide con il piano focale parassiale.

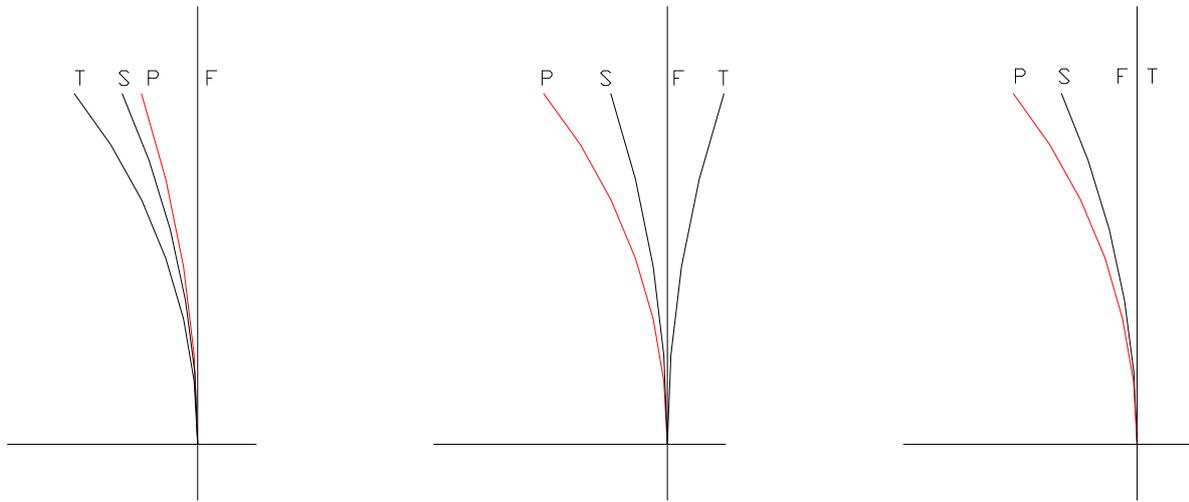


figura 2.4

Per correggere l'astigmatismo e la curvatura di campo occorre fare in modo che i termini aberrazionali di ordine superiore abbiano segno opposto, in modo da ottenere a campi di vista elevati un'inversione di tendenza dell'andamento. Altri metodi consistono nel posizionare opportunamente il diaframma di apertura o correggere la forma delle singole lenti (variazione del bending). Nei casi estremi di astigmatismo può essere efficace fare uso di menischi a forte curvatura e potenza pressoché nulla. Per correggere la curvatura di campo spesso si posiziona un elemento negativo nelle vicinanze del piano focale (*field flattener*). In questo modo non si altera gran ché la focale del sistema (il contributo di ciascuna lente è inversamente proporzionale al prodotto della potenza per l'altezza di incidenza), ma si aumenta il raggio di curvatura della curva di Petzval (il contributo è proporzionale alla potenza per l'indice di rifrazione).

### *Distorsione*

La distorsione è la variazione dell'ingrandimento con il campo di vista. L'immagine si forma correttamente, ma in un punto diverso da quello previsto dalla formula 1.7.

Le tipiche curve in figura 2.5 schematizzano l'immagine che si ottiene da un oggetto di forma quadrata e rappresentano rispettivamente *distorsione a barilotto* (o *negativa*) e *a cuscinetto* (o *positiva*). La distorsione si misura solitamente in valori percentuali come distanza tra l'asse ottico ed il punto immagine effettiva rispetto alla distanza che l'immagine avrebbe dovuto occupare e varia con il quadrato del campo di vista.

Uno dei metodi per correggere la distorsione consiste nel variare la posizione dello stop.

Molti sistemi ottici sono simmetrici in quanto in questo modo vengono eliminate contemporaneamente il coma, la distorsione ed il cromatico laterale, che vedremo nel prossimo paragrafo.

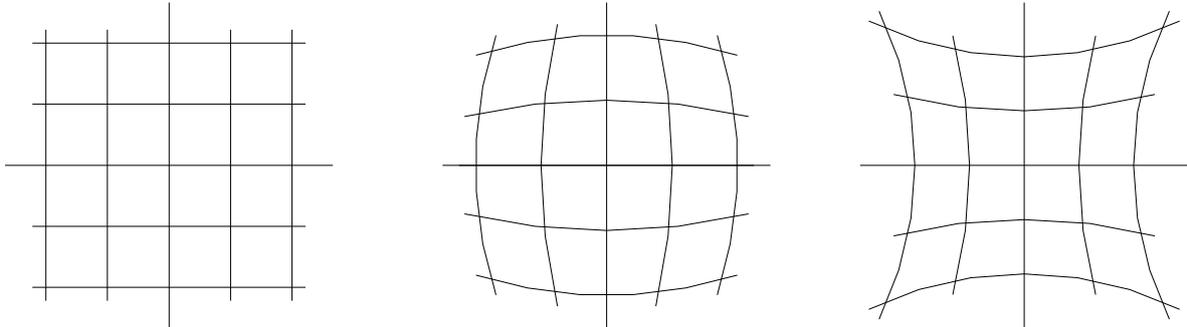


figura 2.5

### *Aberrazione cromatica*

Le considerazioni fatte sinora valgono per sistemi ottici funzionanti ad una sola lunghezza d'onda. Purtroppo i materiali trasparenti mostrano una riduzione più o meno accentuata dell'indice di rifrazione al crescere della lunghezza d'onda. L'*aberrazione cromatica assiale* o *longitudinale*, così come la sferica, si avverte in asse e corrisponde ad una diversa potenza e ad una diversa posizione del fuoco in funzione della lunghezza d'onda.

L'*aberrazione cromatica laterale* corrisponde invece ad un diverso ingrandimento in funzione della lunghezza d'onda.

In figura 2.6 è rappresentato l'effetto, volutamente esagerato, provocato dal diverso indice di rifrazione nella parte visibile dello spettro del materiale costituente una lente semplice. A è l'aberrazione cromatica assiale o longitudinale, T la sua proiezione sul piano focale (*aberrazione cromatica trasversale*) e L l'aberrazione cromatica laterale. Gli indici di rifrazione diminuiscono al crescere della lunghezza d'onda e pertanto la luce blu ( $\lambda \sim 450\text{nm}$ ) viene deviata più della luce rossa ( $\lambda \sim 650\text{nm}$ ).

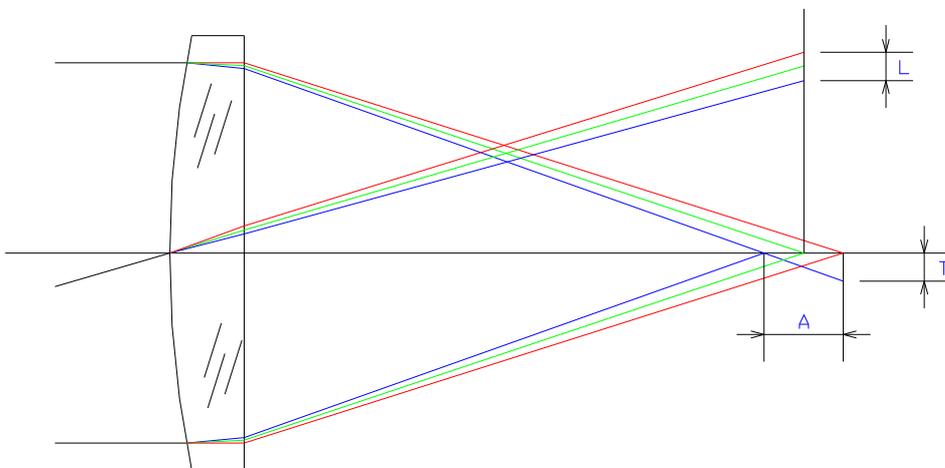


figura 2.6

L'entità delle aberrazioni cromatiche, chiamate in qualche caso col nome generico di *cromatismo*, nella parte visibile dello spettro è normalmente dello stesso ordine di grandezza di quelle monocromatiche, e quindi va corretta con la stessa cura.

La variazione di indice di rifrazione può essere tale che le aberrazioni monocromatiche variano in maniera sensibile con la lunghezza d'onda, per cui un sistema può essere corretto per aberrazione sferica solo in una parte dello spettro (*sferocromatismo*).

Per effettuare la correzione del cromatismo occorre utilizzare vetri con dispersione diversa. Il caso più semplice è il *doppietto acromatico*, costituito da due lenti in materiali diversi: un crown ed un flint; il primo con ha una forte potenza positiva, il secondo una più debole potenza negativa. In virtù della maggiore dispersione del flint, è possibile portare a fuoco nello stesso punto due lunghezze d'onda, di solito una nel blu e una nel rosso, con una residua differenza tra la posizione di queste e quella del verde. L'errore residuo è detto *spettro secondario*. La figura 2.7 mostra la correzione effettuata e, nel diagramma in alto a destra, la posizione del fuoco lungo l'asse ottico in funzione della lunghezza d'onda. Per tutti i materiali le variazioni di indice di rifrazione sono maggiori nel blu, ove perciò anche la compensazione cromatica è meno efficace. Nel progettare un doppietto acromatico sono disponibili un certo numero di gradi di libertà (raggi di curvatura, spessori, indici di rifrazione e dispersione) che consentono di correggere oltre al cromatismo altre aberrazioni, di solito la sferica ed il coma. I doppietti acromatici possono essere spazati in aria o incollati, con l'elemento positivo esterno, cioè dal lato del coniugato più lontano, o interno. Nel caso di doppietto spaziatto si hanno a disposizione due gradi di libertà in più: la distanza tra le lenti ed il primo raggio di curvatura del secondo elemento.

Gli specchi non inducono aberrazioni cromatiche, ma aberrazioni monocromatiche extraassiali molto intense e per questo tendono ad essere utilizzati nei casi in cui sono necessari diametri notevoli e campi di vista piccoli, come spesso è richiesto in astronomia.

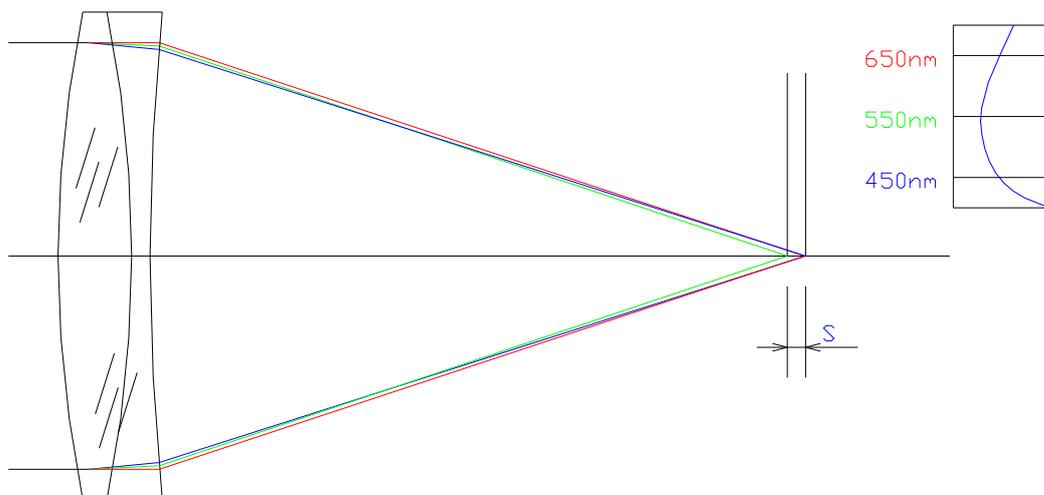


figura 2.7

## 2.2 Risoluzione, OTF, MTF e contrasto

Abbiamo detto che l'effetto delle aberrazioni, a parte imperfezioni dei componenti ottici e diffrazione, è quello di generare a partire da un oggetto puntiforme anziché un punto uno spot immagine più o meno esteso. Questo fa sì che il sistema ottico non è in grado di discriminare due punti oggetto vicini in quanto sul piano focale si sovrappongono parzialmente le macchie che costituiscono le loro immagini.

L'effetto della sola diffrazione dovuta ad una apertura circolare di diametro D su un sistema ottico privo di aberrazioni e di imperfezioni è quello di causare sul piano focale una distribuzione di energia da un oggetto puntiforme secondo il cosiddetto *disco di Airy*. Questo consiste in uno spot centrale circondato da una serie di anelli luminosi, di intensità rapidamente decrescente, alternati ad anelli scuri.

Il raggio del primo anello scuro vale:

$$r = 1.22 * \lambda * f / D = 1.22 * \lambda * f\# \quad (2.2)$$

ove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda della luce, f la focale del sistema ottico e D il diametro della pupilla di ingresso, supponendola circolare.

Il *criterio di Rayleigh* stabilisce che il limite di risoluzione spaziale tra due punti oggetto dovuto alla diffrazione è quello per cui il massimo dell'intensità dello spot immagine dell'uno è sovrapposto al primo minimo di intensità dell'altro. La figura 2.8 mostra il profilo di intensità del disco di Airy per un punto oggetto e quello risultante da due punti in condizioni limite di risoluzione secondo Rayleigh. Secondo questo criterio, in qualche caso ritenuto leggermente conservativo, due punti oggetto le cui immagini sul piano focale distano meno della quantità data dalla 2.2 non sono distinguibili dal sistema ottico e lo diventano non appena tale distanza diventa superiore.

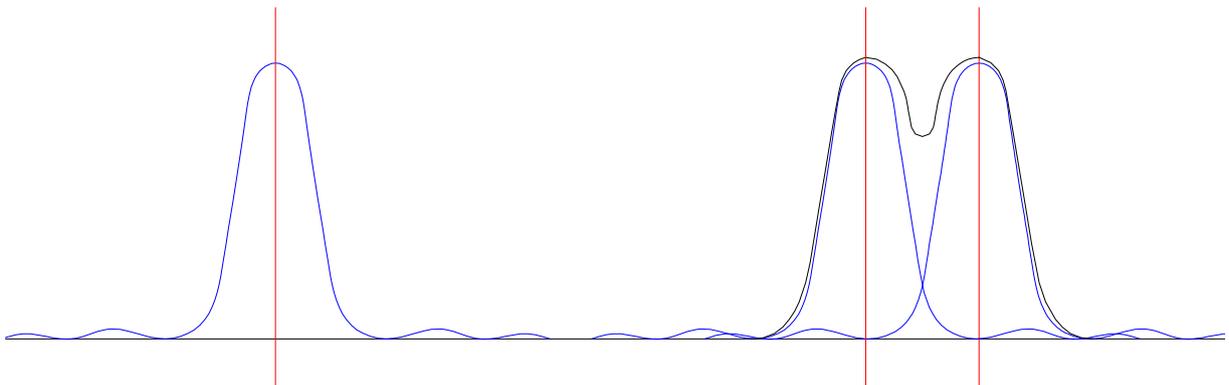
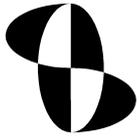


figura 2.8

Un sistema ottico si dice “*al limite di diffrazione*” se le aberrazioni ed i difetti di costruzione producono effetti piccoli rispetto allo spot centrale di Airy, per cui la distribuzione di energia sul piano focale si possa ritenere quella di un sistema ideale. Questa condizione si verifica abbastanza raramente, ed è favorita quando  $f\#$  o  $\lambda$



assumono valori numericamente elevati, e cioè nel caso di sistemi ottici di bassa luminosità o nell'infrarosso. In quest'ultimo caso, inoltre, si possono utilizzare materiali con indice di rifrazione elevato e bassa dispersione, come il germanio, che consentono di contenere le aberrazioni e raggiungere spesso il limite di diffrazione. Consideriamo il caso di un sistema ottico limitato dalla diffrazione. La *risoluzione angolare*, cioè il *minimo angolo risolto*, per il criterio di Raileight sarà pari al disco di Airy diviso per la focale:

$$\text{Risoluzione angolare} = r / f = 1.22 \cdot \lambda / D \quad (2.3)$$

Perciò, a parità di lunghezza d'onda, per un sistema in cui le aberrazioni siano trascurabili la risoluzione angolare aumenta solo facendo crescere l'apertura. Ogni tentativo di migliorare la risoluzione ad esempio aumentando la focale (e quindi l'ingrandimento) risulta vano in quanto crescono in proporzione le dimensioni dello spot di Airy e quindi la risoluzione angolare non varia. La figura 2.9 mostra schematicamente a sinistra un sistema ottico limitato per diffrazione, il cui minimo angolo risolto è dato dalla (2.3). Raddoppiare la focale a parità di apertura comporta il raddoppio delle dimensioni della figura di Airy: l'angolo risolto  $\theta$  resta invariato (figura 2.9, in alto a destra). Raddoppiare focale e apertura mantiene le dimensioni della figura di diffrazione, e quindi dimezza l'angolo minimo risolto (figura 2.9, in basso a destra). L'aumento di apertura ha un ulteriore beneficio in termini di intensità che si apprezza soprattutto nei sistemi per astronomia. Tutto il flusso luminoso proveniente da una certa direzione angolare viene concentrato nel disco di Airy, la cui intensità luminosa sarà perciò proporzionale all'area della pupilla di ingresso; raddoppiando l'apertura l'illuminazione sul piano focale aumenta di un fattore 4.

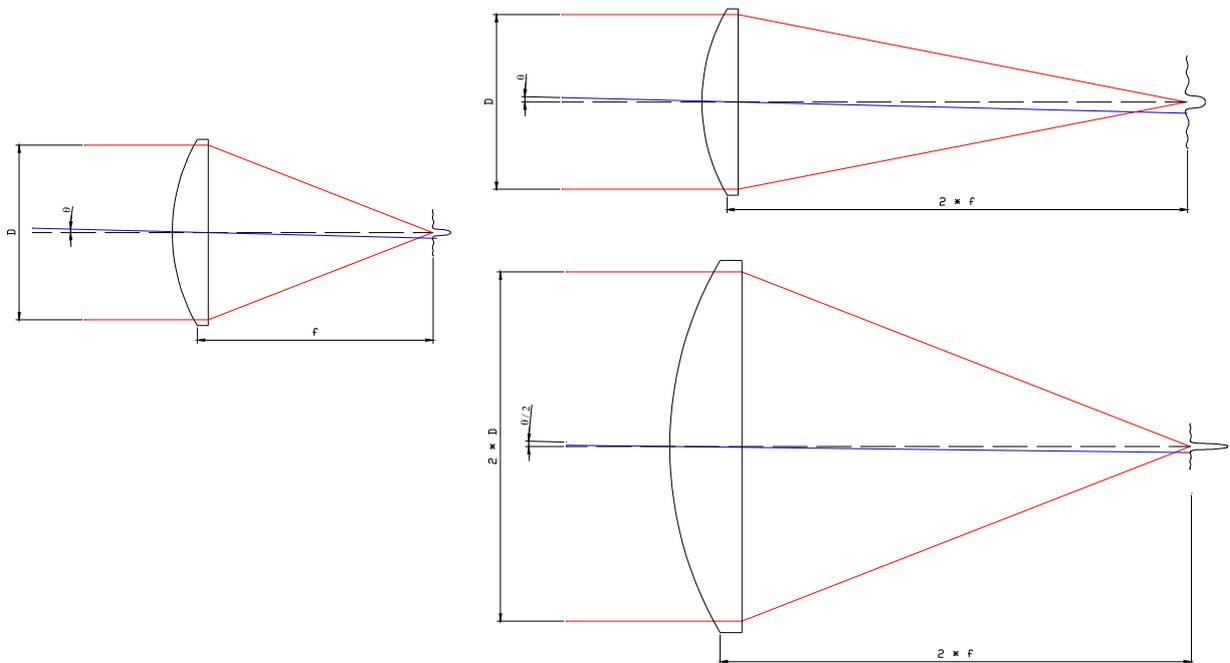
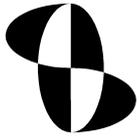


figura 2.9



A parte il caso di sistema ottico limitato per diffrazione, in generale sul piano focale si otterrà da un punto oggetto una macchia la cui distribuzione di intensità è detta *point spread function* o *PSF*, risultante dalla convoluzione degli effetti di tutti i fattori che possono degradare l'immagine: diffrazione, aberrazioni, errori di costruzione dei componenti e di assemblaggio, effetti termici, non perfetta pulizia delle superfici ottiche, errori di messa a fuoco, vibrazioni o altro ancora. Questa funzione contiene tutte le informazioni relative alla risoluzione del sistema ottico, potendo considerare l'immagine completa di una scena la sovrapposizione di un numero infinito di immagini di punti elementari, ovvero la sovrapposizione di un numero infinito di reticoli sinusoidali di opportuna intensità, orientamento e fase.

La trasformata di Fourier della PSF è la *optical transfer function (OTF)*, o funzione ottica di trasferimento. Questa è una funzione complessa costituita da una parte reale, la *modulation transfer function (MTF)*, ed una immaginaria, la *phase transfer function (PTF)*.

L'MTF è la riduzione di *contrasto* dell'immagine in funzione della frequenza spaziale. Il fatto che per i motivi detti sopra l'immagine di un punto vada ad occupare aree che corrispondono ad altri punti oggetto fa sì che si abbia una perdita di contrasto più grave dove le informazioni spaziali sono più folte. Il contrasto dell'immagine di un oggetto costituito da barre di intensità variabile sinusoidalmente da zero a uno ad una certa frequenza spaziale sarà:

$$\text{contrasto} = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}) = \text{MTF} \quad (2.4)$$

ove  $I_{\max}$  ed  $I_{\min}$  sono i valori massimo e minimo di intensità di illuminazione sull'immagine. Come è intuitivo, l'andamento dell'MTF in funzione della frequenza sarà generalmente decrescente, con valore massimo uno (frequenza nulla) e valore minimo zero (immagine priva di contrasto). Per un sistema ottico privo di aberrazioni quest'ultimo caso si verifica alla *frequenza di cutoff*  $\nu_0$ , che è data da:

$$\nu_0 = 1 / \lambda * f\# = 2 * \text{N.A.} / \lambda \quad (2.5)$$

$\nu_0$  è espresso in cicli al millimetro se  $\lambda$  è in millimetri.

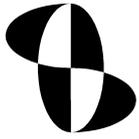
Per un sistema ad apertura circolare non ostruita privo di aberrazioni l'andamento dell'MTF in funzione della frequenza spaziale è pressoché lineare dal valore unitario a frequenza nulla al valore zero alla frequenza di cutoff.

$$\text{MTF}(\nu) = 2 * (\phi - \cos \phi * \sin \phi) \quad (2.6)$$

Ove:

$$\phi = \cos^{-1}(\nu * \lambda * f\#) \quad (2.7)$$

La figura 2.10 mostra l'andamento dell'M.T.F. per un sistema ottico privo di aberrazioni e di difetti, perfettamente a fuoco, funzionante in luce monocromatica alla lunghezza d'onda  $\lambda$ .



**OPTO SERVICE srl**

La figura 2.11 mostra la perdita di contrasto nel caso il sistema ottico sia fuori fuoco o aberrato con una differenza di cammino ottico (Optical Path Difference) pari a  $\lambda/4$ .

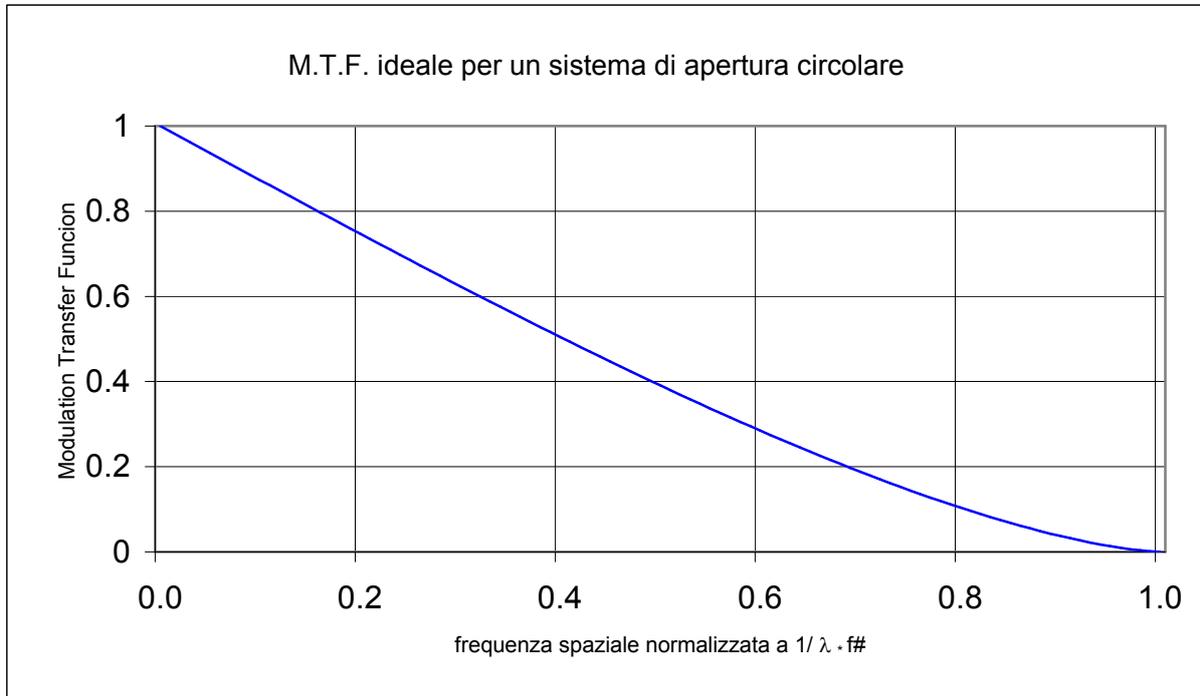


figura 2.10

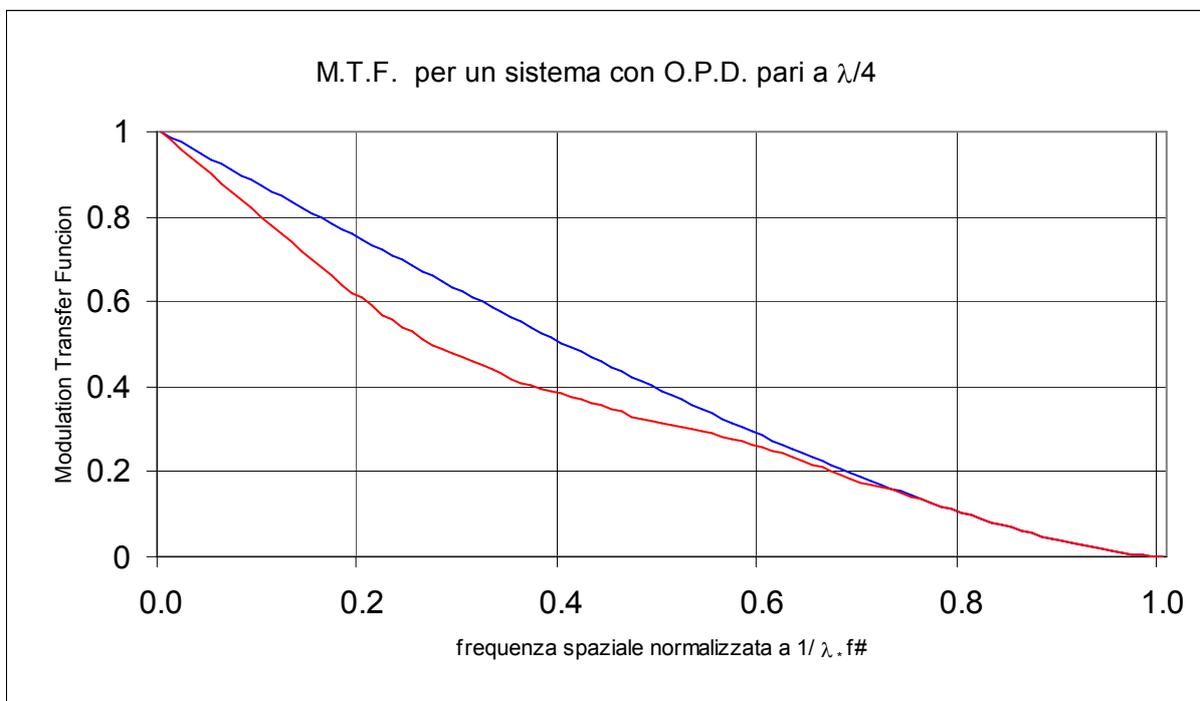


figura 2.11